IGL502/752 – Techniques de vérification et de validation

Université de Sherbrooke

Devoir 1

Enseignant:	Michael Blondin
Date de remise:	jeudi 22 septembre 2022 à 15h29
À réaliser:	à deux ou individuellement au 1er cycle individuellement aux cycles supérieurs
Modalités:	remettre en ligne sur Turnin
Bonus:	les questions bonus sont indiquées par ★
Pointage:	sur 32 points au 1er cycle sur 40 points aux cycles supérieurs

Question 1.

Considérons le système concurrent $\mathcal{S}$ suivant constitué de deux processus qui partagent deux variables booléennes $b_0, b_1 \in \{\textit{faux}, \textit{vrai}\}$ et une variable binaire $k \in \{0, 1\}$:

$b_0 \leftarrow \textit{faux}$
$b_1 \leftarrow \textit{faux}$
lancer `processus(0)` et `processus(1)` de façon concurrente

`processus(`i`)`*:*
boucler
1 $b_i \leftarrow \textit{vrai}$
2 **tant que** $k \neq i$ **faire**
3 **tant que** b_{1-i} **faire** **rien**
4 $k \leftarrow i$
5 `/* section critique */`
6 $b_i \leftarrow \textit{faux}$

(a) En vous inspirant des exemples du cours, expliquez brièvement comment modéliser $\mathcal{S}$ à l'aide d'un système de transition $\mathcal{T} = (S, \to, I)$. Plus précisément, décrivez l'ensemble des états S et des états initiaux I, et expliquez le sens que vous donnez à un état de S. 2 pts

(b) Donnez une représentation graphique partielle de $\mathcal{T}$. Plus précisément, dessinez les états $I \cup \text{Post}(I) \cup \text{Post}(\text{Post}(I))$ et les transitions entre ces états, où $\text{Post}(X) \coloneqq \{\text{Post}(x) : x \in X\}$. 2 pts

(c) Nous disons qu'un état s est un *puits* si $\text{Post}(s) = \{s\}$. Dites si $\mathcal{T}$ possède un état accessible qui est terminal ou puits. Justifiez. 3 pts

★ Donnez un chemin fini initial de $\mathcal{T}$ qui atteint un état où `processus(0)` et `processus(1)` sont tous deux dans leur section critique. ★ 1 pt

Question 2. 9 pts

Soient $AP = \{p, q, r\}$ et les formules LTL suivantes sur AP:

$$\varphi_1 = \mathsf{FG}(p \vee r), \qquad \varphi_2 = \mathsf{G}(p \,\mathsf{U}\, (\mathsf{X}q)), \qquad \varphi_3 = \mathsf{G}[(\mathsf{X}\neg r) \rightarrow (\mathsf{F}(p \wedge q))].$$

(a) Pour chacun des mots infinis σ_i suivants, dites quelles formules parmi φ_1, φ_2 et φ_3 sont satisfaites par σ_i. Justifiez formellement vos réponses.

(i) $\sigma_1 = \{p\}\{p\}\{p,q\}\{r\}^\omega$, (ii) $\sigma_2 = \emptyset(\{p\}\{q,r\})^\omega$, (iii) $\sigma_3 = (\{p,q\}\emptyset)^\omega$.

(b) Pour chaque $i \in \{1, 2, 3\}$, donnez un mot ρ_i tel que $\rho_i \models \varphi_i$ et $\rho_i \not\models \varphi_j$ pour tout $j \neq i$. Justifiez.

Question 3. 8 pts

Soit $AP = \{e, r, a\}$ un ensemble de propositions atomiques satisfaites lorsqu'un processus: ***e***nvoie un message, ***r***eçoit un message, et ***a***nnonce un résultat, respectivement.

— Spécifiez les propriétés suivantes en formules LTL sur AP;
— Pour chacune de vos formules, donnez un mot infini (de votre choix) qui satisfait la formule et un mot infini (de votre choix) qui ne satisfait pas la formule.

(a) Le processus annonce au moins deux résultats;

(b) Le processus annonce au plus un résultat;

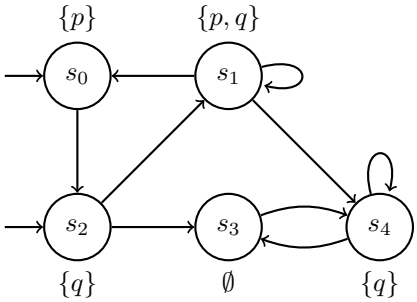
(c) Le processus n'envoie et ne reçoit plus de messages après l'annonce d'un résultat;

(d) Chaque fois que le processus envoie un message, il renvoie un message tant qu'il ne reçoit pas de réponse.

Si vous jugez que la propriété écrite en français est ambigüe, expliquez l'interprétation que vous en faites.

Question 4. 8 pts

Soit $\mathcal{T} = (S, \rightarrow, I, AP, L)$ la structure de Kripke telle que $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$, $I = \{s_0, s_2\}$, $AP = \{p, q\}$, et dont les transitions et la fonction d'étiquetage sont définies par:



(a) Donnez le contenu des ensembles suivants: Pre(s_0), Post(s_3), Pre*(s_1), Post*(s_4);

(b) Dites si $\mathcal{T}$ satisfait la formule $\neg\mathsf{FG}\neg q$. Justifiez.

(c) Dites si $\mathcal{T}$ satisfait la formule $\mathsf{XX}(\neg p \,\mathsf{U}\, q)$. Justifiez.

(d) Dites si $\mathcal{T}$ satisfait la formule $\mathsf{G}(q \rightarrow \mathsf{F}\neg p)$. Justifiez.

Vous n'avez pas à répondre à cette question si vous êtes au premier cycle. Si vous y répondez, vous pourrez obtenir jusqu'à 1 point bonus.

🎓 Question 5. (cycles supérieurs) 8 pts

LTL s'étend naturellement avec des opérateurs temporels qui raisonnent sur le passé. Par exemple, « $\mathsf{F}^{-1}p$ » indique que la proposition atomique p est vraie au moment actuel ou à un moment du passé. Autrement dit, l'opérateur F^{-1} se comporte comme F, mais en remontant le temps vers zéro plutôt que l'infini. Cela peut être pratique pour spécifier des propriétés de façon plus succincte.

Cette extension requiert une légère redéfinition de la sémantique, puisque celle introduite dans les notes de cours « oublie le passé ». Plus formellement, on ajoute à la syntaxe les opérateurs X^{-1}, F^{-1}, G^{-1} et U^{-1}, et les formules sont interprétées sur une paire (σ, i) où $\sigma \in (2^{AP})^\omega$ est un mot infini et $i \in \mathbb{N}$ est une position de σ:

$$
\begin{aligned}
&(\sigma,i) \models \textit{vrai} \\
&(\sigma,i) \models p && \iff p \in \sigma(i) \\
&(\sigma,i) \models \varphi_1 \wedge \varphi_2 && \iff (\sigma,i) \models \varphi_1 \wedge (\sigma,i) \models \varphi_2 \\
&(\sigma,i) \models \varphi_1 \vee \varphi_2 && \iff (\sigma,i) \models \varphi_1 \vee (\sigma,i) \models \varphi_2 \\
&(\sigma,i) \models \neg\varphi && \iff (\sigma,i) \not\models \varphi \\
\\
&(\sigma,i) \models \mathsf{X}\varphi && \iff (\sigma,i+1) \models \varphi \\
&(\sigma,i) \models \mathsf{F}\varphi && \iff \exists j \geq i : (\sigma,j) \models \varphi \\
&(\sigma,i) \models \mathsf{G}\varphi && \iff \forall j \geq i : (\sigma,j) \models \varphi \\
&(\sigma,i) \models \varphi_1 \ \mathsf{U}\ \varphi_2 && \iff \exists j \geq i : ((\sigma,j) \models \varphi_2) \wedge (\forall i \leq \ell < j : (\sigma,\ell) \models \varphi_1) \\
\\
&(\sigma,i) \models \mathsf{X}^{-1}\varphi && \iff i > 0 \wedge (\sigma,i-1) \models \varphi \\
&(\sigma,i) \models \mathsf{F}^{-1}\varphi && \iff \exists 0 \leq j \leq i : (\sigma,j) \models \varphi \\
&(\sigma,i) \models \mathsf{G}^{-1}\varphi && \iff \forall 0 \leq j \leq i : (\sigma,j) \models \varphi \\
&(\sigma,i) \models \varphi_1 \ \mathsf{U}^{-1}\ \varphi_2 && \iff \exists 0 \leq j \leq i : ((\sigma,j) \models \varphi_2) \wedge (\forall j < \ell \leq i : (\sigma,\ell) \models \varphi_1).
\end{aligned}
$$

Nous écrivons $\sigma \models \varphi$ lorsque $(\sigma, 0) \models \varphi$. Ainsi, la notion de satisfaisabilité demeure inchangée pour le fragment standard de LTL. De plus, les opérateurs du passé fonctionnent de la même façon que ceux du futur, mais dans la direction opposée (à l'exception du fait qu'il n'y pas de position avant 0).

Pour chacune des formules suivantes, donnez une formule équivalente qui n'utilise *pas* les opérateurs du passé:

(a) $\mathsf{G}(p \rightarrow \mathsf{X}^{-1}q)$

(b) $\mathsf{G}\mathsf{F}^{-1}p$

(c) $\mathsf{F}(q \wedge \mathsf{G}^{-1}(p \vee q))$

(d) $\mathsf{G}(p \rightarrow \mathsf{F}^{-1}q)$