IGL502/752 – Techniques de vérification et de validation

Université de Sherbrooke

Devoir 5

Enseignant:	Michael Blondin
Date de remise:	jeudi 8 décembre 2022 à 15h29
À réaliser:	à deux ou individuellement au 1[er] cycle individuellement aux cycles supérieurs
Modalités:	remettre au format PDF en ligne sur Turnin
Pointage:	sur 30 points au 1[er] cycle sur 38 points aux cycles supérieurs

Question 1.

Considérons l'algorithme d'exclusion mutuelle de Dekker ci-dessous où deux processus partagent les variables

$$\texttt{entrer[0]}, \texttt{entrer[1]} \in \{\texttt{faux}, \texttt{vrai}\} \text{ et } \texttt{tour} \in \{0, 1\}.$$

Les variables `entrer[0]` et `entrer[1]` sont initialisées à `faux`, et `tour` peut être initialisée à 0 ou 1. L'algorithme est composé de deux processus similaires:

Processus 0

```
tant que vrai:
  entrer[0] = vrai
  tant que entrer[1]:
    si tour ≠ 0:
      entrer[0] = faux
      tant que tour ≠ 0: pass
      entrer[0] = vrai
  /* section critique */
  tour = 1
  entrer[0] = faux
```

Processus 1

```
tant que vrai:
  entrer[1] = vrai
  tant que entrer[0]:
    si tour ≠ 1:
      entrer[1] = faux
      tant que tour ≠ 1: pass
      entrer[1] = vrai
  /* section critique */
  tour = 0
  entrer[1] = faux
```

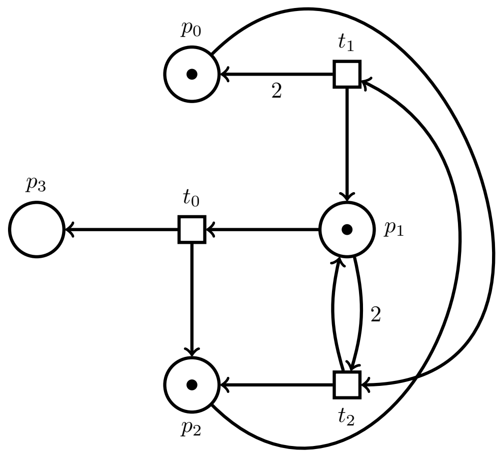
Vous devez modéliser partiellement l'algorithme de Dekker avec un réseau de Petri $\mathcal{N}$, à la manière de l'algorithme de Lamport:

(a) Dessinez les places de $\mathcal{N}$. 1 pt

(b) Dessinez six transitions associées au processus 0. 2 pts

(c) Dites quelle propriété de $\mathcal{N}$ doit être vérifiée afin de déterminer si les deux processus peuvent se trouver simultanément dans leur section critique. 2 pts

Question 2.
Soit le réseau de Petri $\mathcal{N} = (P, T, F)$ suivant:



(a) Construisez un graphe de couverture de $\mathcal{N}$ à partir du marquage $\boldsymbol{m} \coloneqq (1, 1, 1, 0)$. 3 pts

(b) Dites si $\text{Post}^*(\boldsymbol{m})$ est infini ou non. Justifiez. 2 pts

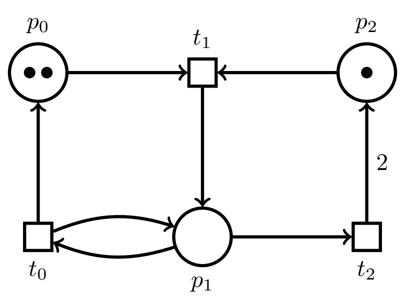
(c) Dites lesquels de ces marquages sont couvrables à partir de $\boldsymbol{m}$: 2 pts

— $\boldsymbol{m}_0 \coloneqq (5, 0, 2, 3)$,
— $\boldsymbol{m}_1 \coloneqq (99, 2, 1, 0)$,
— $\boldsymbol{m}_2 \coloneqq (3, 2, 0, 1)$.

Justifiez brièvement.

(d) Dites s'il est possible de déclencher t_2 infiniment souvent à partir de $\boldsymbol{m}$. Justifiez. 2 pts

Question 3.
Soit le réseau de Petri $\mathcal{N} = (P, T, F)$ suivant:



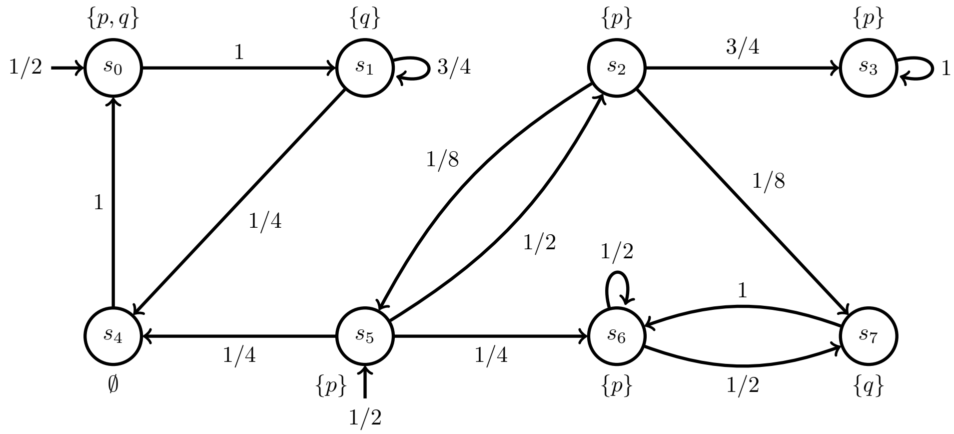
(a) Calculez une base minimale de $\uparrow\text{Pre}^*(\uparrow(2, 0, 1))$. Laissez une trace de votre démarche. 4 pts

(b) Dites lesquels de ces marquages initiaux peuvent couvrir $(2, 0, 1)$: 2 pts

— $\boldsymbol{m}_0 \coloneqq (1, 1, 0)$,
— $\boldsymbol{m}_1 \coloneqq (3, 2, 6)$,
— $\boldsymbol{m}_3 \coloneqq (1, 99, 42)$.

Justifiez brièvement.

Question 4.
Considérons cette chaîne de Markov $\mathcal{M}$ sur propositions atomiques $AP = \{p, q\}$:



(a) Dites si la probabilité $\mathbb{P}(\mathsf{F}\mathsf{G}\, p)$ est > 0, $= 0$, $= 1$ et/ou < 1. Justifiez. 3 pts

(b) Dites si la probabilité $\mathbb{P}(\mathsf{G}\mathsf{F}\, p)$ est > 0, $= 0$, $= 1$ et/ou < 1. Justifiez. 3 pts

(c) Dites si tous les états initiaux de $\mathcal{M}$ satisfont la formule PCTL $\mathcal{P}_{\geq 3/4}(p \;\mathsf{U}\; \mathcal{P}_{\geq 1/2}(\mathsf{X}\, q))$. Justifiez. 4 pts

Vous n'avez pas à répondre à la question ci-dessous si vous êtes au premier cycle. Si vous y répondez, vous pourrez obtenir jusqu'à 2 points bonus.

Question 5. (cycles supérieurs)

(a) Montrez que le problème d'accessibilité est au moins aussi complexe que le problème de couverture. Plus précisément, expliquez comment convertir, en temps polynomial, une entrée $(\mathcal{N}, \boldsymbol{m}, \boldsymbol{m}')$ du problème de couverture en une entrée $(\mathcal{N}', \boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')$ du problème d'accessibilité telle que 4 pts

$$\boldsymbol{m} \text{ peut couvrir } \boldsymbol{m}' \text{ dans } \mathcal{N} \iff \boldsymbol{x} \xrightarrow{*} \boldsymbol{x}' \text{ dans } \mathcal{N}'.$$

(b) Un *réseau de Petri avec capacités* $\mathcal{N} = (P, T, F, \boldsymbol{c})$ est un réseau de Petri (P, T, F) où chaque place p possède une capacité $\boldsymbol{c}(p) \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ qui indique le nombre maximal de jetons pouvant être contenus dans p. Dans ce modèle, une transition t est déclenchable dans un marquage $\boldsymbol{m}$ ssi 4 pts

$$\boldsymbol{m}(p) \geq F(p,t) \text{ et } \boldsymbol{m}(p) - F(p,t) + F(t,p) \leq \boldsymbol{c}(p).$$

Un réseau de Petri standard correspond au cas où $\boldsymbol{c} = (\infty, \ldots, \infty)$.
Montrez que le problème d'accessibilité pour les réseaux de Petri avec capacités se ramène au problème d'accessibilité pour les réseaux de Petri standards. Plus précisément, expliquez comment convertir, en temps polynomial, une entrée $(\mathcal{N}, \boldsymbol{m}, \boldsymbol{m}')$, où $\mathcal{N}$ possède des capacités, en une entrée $(\mathcal{N}', \boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')$, où $\mathcal{N}'$ n'en possède pas, et telle que

$$\boldsymbol{m} \xrightarrow{*} \boldsymbol{m}' \text{ dans } \mathcal{N} \iff \boldsymbol{x} \xrightarrow{*} \boldsymbol{x}' \text{ dans } \mathcal{N}'.$$